

Series : WXYZ/S



SET~5

प्रश्न-पत्र कोड

Q.P. Code **65(B)/S**

रोल नं.

Roll No.



परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।  
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)



**MATHEMATICS**

(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट

- (I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 27 हैं।
- (II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- (III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
- (IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- (V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

NOTE

- (I) Please check that this question paper contains 27 printed pages.
- (II) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (III) Please check that this question paper contains 38 questions.
- (IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.
- (V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. #



## सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी प्रश्न अनिवार्य** हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ एवं ङ**।
- (iii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।





## **General Instructions :**

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

- (i) This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*
- (ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in Section B, **3** questions in Section C, **2** questions in Section D and **2** questions in Section E.*
- (ix) Use of calculator is **not** allowed.*



### खण्ड क

इस खण्ड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. माना  $A = \{a, b\}$  है, तो  $A$  पर परिभाषित स्वतुल्य संबंधों की संख्या है :

- (A) 16 (B) 8  
(C) 4 (D) 2

2. यदि  $A = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 3 & x \end{bmatrix}$  तथा  $|A^3| = 343$  है, तो  $x$  है :

- (A)  $\pm 7$  (B)  $\pm 4$   
(C)  $\pm 3$  (D)  $\pm 5$

3. यदि  $A$  तथा  $B$  दोनों कोटि 3 के वर्ग आव्यूह हैं, तथा  $|A| = -3$  और  $|B| = 2$  है, तो  $|2AB|$  बराबर है :

- (A) 48 (B) -48  
(C) -24 (D) -12

4. एक विषम-सममित आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 7 & -4 \\ r & p & 5 \\ q & -5 & 0 \end{bmatrix}$  के लिए,  $p + q - r$  का मान है :

- (A) 11  
(B) -3  
(C) -11  
(D) 3



## SECTION A

*This section comprises 20 multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.*

1. Let  $A = \{a, b\}$ , then the number of reflexive relations defined on  $A$  is :  
(A) 16 (B) 8  
(C) 4 (D) 2
  
2. If  $A = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 3 & x \end{bmatrix}$  and  $|A^3| = 343$ , then  $x$  is :  
(A)  $\pm 7$  (B)  $\pm 4$   
(C)  $\pm 3$  (D)  $\pm 5$
  
3. If  $A$  and  $B$  are square matrices both of order 3, such that  $|A| = -3$  and  $|B| = 2$ , then  $|2AB|$  is equal to :  
(A) 48 (B)  $-48$   
(C)  $-24$  (D)  $-12$
  
4. For a skew-symmetric matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & 7 & -4 \\ r & p & 5 \\ q & -5 & 0 \end{bmatrix}$ , the value of  $p + q - r$  is :  
(A) 11  
(B)  $-3$   
(C)  $-11$   
(D) 3



5. यदि  $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x-3 & x+2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$  है, तो  $x$  का मान है:

- (A) 4 (B) 3  
(C) 6 (D) 2

6. यदि  $A$  कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा  $A(\text{adj } A) = 7I$  है, तो  $|\text{adj } A|$  बराबर है:

- (A) 1 (B) 343  
(C) 7 (D) 49

7. यदि  $y = \log \cos^2 \sqrt{x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  है:

- (A)  $\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$   
(B)  $2 \tan \sqrt{x}$   
(C)  $\frac{-\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$   
(D)  $\frac{-\sqrt{x}}{\tan \sqrt{x}}$

8. यदि  $f(x) = |x - 1|$  है, तो  $f'(1)$ :

- (A)  $-1$  है  
(B)  $+1$  है  
(C)  $0$  है  
(D) का अस्तित्व नहीं है



5. If  $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x-3 & x+2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ , then the value of  $x$  is :

- (A) 4 (B) 3  
(C) 6 (D) 2

6. If  $A$  is a square matrix of order 3 such that  $A(\text{adj } A) = 7 I$ , then  $|\text{adj } A|$  is equal to :

- (A) 1 (B) 343  
(C) 7 (D) 49

7. If  $y = \log \cos^2 \sqrt{x}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is :

- (A)  $\frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$   
(B)  $2 \tan \sqrt{x}$   
(C)  $\frac{-\tan \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$   
(D)  $\frac{-\sqrt{x}}{\tan \sqrt{x}}$

8. If  $f(x) = |x - 1|$ , then  $f'(1)$ :

- (A) is  $-1$   
(B) is  $+1$   
(C) is  $0$   
(D) does not exist



9. यदि  $f(x) = x^2 + ax + 3$ , अंतराल  $(3, 4)$  में निरंतर वर्धमान है, तो  $a$  का न्यूनतम मान है :

- (A)  $-6$
- (B)  $-8$
- (C)  $6$
- (D)  $8$

10.  $\int \frac{1}{9x^2 + 6x + 10} dx$  बराबर है :

- (A)  $\frac{1}{3} \tan^{-1} (3x + 1) + C$
- (B)  $\frac{1}{9} \tan^{-1} (3x + 1) + C$
- (C)  $\tan^{-1} \frac{3x+1}{3} + C$
- (D)  $\frac{1}{9} \tan^{-1} \frac{3x+1}{3} + C$

11.  $\int_{-2}^2 \sin^5 x \cos x dx$  का मान है :

- (A)  $\frac{64}{3}$
- (B)  $0$
- (C)  $2 \sin^6 2$
- (D)  $\sin^6 (-2) - \sin^6 2$



9. If  $f(x) = x^2 + ax + 3$  is strictly increasing in the interval  $(3, 4)$ , then the minimum value of  $a$  is :

- (A)  $-6$
- (B)  $-8$
- (C)  $6$
- (D)  $8$

10.  $\int \frac{1}{9x^2 + 6x + 10} dx$  is equal to :

- (A)  $\frac{1}{3} \tan^{-1} (3x + 1) + C$
- (B)  $\frac{1}{9} \tan^{-1} (3x + 1) + C$
- (C)  $\tan^{-1} \frac{3x + 1}{3} + C$
- (D)  $\frac{1}{9} \tan^{-1} \frac{3x + 1}{3} + C$

11. The value of  $\int_{-2}^2 \sin^5 x \cos x dx$  is :

- (A)  $\frac{64}{3}$
- (B)  $0$
- (C)  $2 \sin^6 2$
- (D)  $\sin^6 (-2) - \sin^6 2$



12. वक्र  $y = \sqrt{4 - x^2}$  तथा निर्देशांक अक्षों द्वारा प्रथम चतुर्थांश में परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

- (A)  $2\pi$  वर्ग इकाई
- (B)  $\pi$  वर्ग इकाई
- (C)  $\frac{\pi}{2}$  वर्ग इकाई
- (D)  $4\pi$  वर्ग इकाई

13. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  का व्यापक हल है :

- (A)  $\tan^{-1}(y - x) = C$
- (B)  $\tan^{-1} y + \tan^{-1} x = C$
- (C)  $\tan^{-1} \frac{y}{2} - \tan^{-1} \frac{x}{2} = C$
- (D)  $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + C$

14. अवकल समीकरण  $\tan x \frac{dy}{dx} + y = x^2$ , ( $x \neq 0$ ) को हल करने के लिए समाकलन गुणक है :

- (A)  $e^x$
- (B)  $\tan x$
- (C)  $\sin x$
- (D)  $\frac{1}{\sin x}$



12. The area enclosed by the curve  $y = \sqrt{4 - x^2}$  and the coordinate axes in the first quadrant is :
- (A)  $2\pi$  sq. units  
(B)  $\pi$  sq. units  
(C)  $\frac{\pi}{2}$  sq. units  
(D)  $4\pi$  sq. units
13. The general solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  is :
- (A)  $\tan^{-1}(y - x) = C$   
(B)  $\tan^{-1} y + \tan^{-1} x = C$   
(C)  $\tan^{-1} \frac{y}{2} - \tan^{-1} \frac{x}{2} = C$   
(D)  $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + C$
14. The integrating factor for solving the differential equation  $\tan x \frac{dy}{dx} + y = x^2$ , ( $x \neq 0$ ) is :
- (A)  $e^x$   
(B)  $\tan x$   
(C)  $\sin x$   
(D)  $\frac{1}{\sin x}$



15.  $\mathbf{x}$  का वह मान जिसके लिए  $\mathbf{x}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  एक एकांक सदिश है, है :

- (A) 1 (B)  $\pm \sqrt{3}$   
(C)  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$  (D)  $\pm 3$

16. असमिका  $5x + 4y < 7$  का हल समुच्चय है :

- (A) खुला अर्ध-तल जिसमें मूल-बिंदु है।  
(B) रेखा  $5x + 4y = 7$  पर स्थित बिन्दुओं को छोड़कर शेष संपूर्ण  $xy$ -तल।  
(C) खुला अर्ध-तल जिसमें मूल-बिंदु नहीं है।  
(D) बंद अर्ध-तल जिसमें मूल-बिंदु नहीं है।

17. किसी LPP के सुसंगत क्षेत्र के सभी बिन्दुओं में से उद्देश्य फलन के अधिकतम अथवा न्यूनतम मान वाले बिंदु स्थित होते हैं :

- (A) सुसंगत क्षेत्र के अंतःभाग में  
(B) सुसंगत क्षेत्र की सीमा रेखा पर  
(C) सुसंगत क्षेत्र के कोनों पर  
(D) सुसंगत क्षेत्र तथा  $x$ -अक्ष के प्रतिच्छेदन बिंदुओं पर

18. यदि  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$  तथा  $P(A \cup B) = 0.6$  है, तो  $P(A|B) + P(B|A)$  बराबर है :

- (A)  $\frac{5}{12}$  (B)  $\frac{1}{4}$   
(C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{7}{12}$



15. The value of  $x$  for which  $x(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  is a unit vector, is :
- (A) 1 (B)  $\pm\sqrt{3}$   
(C)  $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$  (D)  $\pm 3$
16. The solution set of the inequality  $5x + 4y < 7$  is :
- (A) Open half-plane containing the origin.  
(B) Whole  $xy$ -plane except the points lying on the line  $5x + 4y = 7$ .  
(C) Open half-plane not containing the origin.  
(D) Closed half-plane not containing the origin.
17. Of all the points of the feasible region of an LPP, for maximum or minimum values of objective function, the points lie :
- (A) inside the feasible region  
(B) at the boundary line of the feasible region  
(C) at the corners of the feasible region  
(D) at the points of intersection of the feasible region with  $x$ -axis
18. If  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$  and  $P(A \cup B) = 0.6$ , then  $P(A|B) + P(B|A)$  equals :
- (A)  $\frac{5}{12}$  (B)  $\frac{1}{4}$   
(C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{7}{12}$



प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

- (A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
- (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या **नहीं** करता है।
- (C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।
- (D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

**19.** अभिकथन (A) : यदि A कोटि 3 का एक विषम-सममित आव्यूह है, तो  $|A| = 0$  है।

तर्क (R) : यदि A कोटि 3 का वर्ग आव्यूह है, तो  $|A| = |A'|$ .

**20.** अभिकथन (A) :  $\langle \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \rangle$  किसी रेखा के दिक्-कोसाइन नहीं हो सकते।

तर्क (R) : यदि  $l, m, n$  किसी रेखा के दिक्-कोसाइन हैं, तो  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ .



Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled as Assertion (A) and the other labelled as Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
- (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
- (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
- (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

**19.** Assertion (A) : If A is a skew-symmetric matrix of order 3, then  $|A| = 0$ .

Reason (R) : If A is a square matrix of order 3, then  $|A| = |A'|$ .

**20.** Assertion (A) :  $\langle \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \rangle$  cannot be the direction cosines of a line.

Reason (R) : If  $l, m, n$  are the direction cosines of a line, then  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ .



## खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. मान ज्ञात कीजिए :

$$\sec^2(\tan^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 2)$$

22. (क)  $k$  का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए  $x = \frac{\pi}{2}$  पर

$$\text{फलन } f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{यदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ संतत है।}$$

अथवा

(ख) यदि  $y = \tan^{-1}\left(\frac{1 + \sin x}{\cos x}\right)$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

23. एक बेलन की त्रिज्या 3 cm/s की दर से बढ़ रही है, और उसकी ऊँचाई 5 cm/s की दर से घट रही है। इसके आयतन के बदलने की दर ज्ञात कीजिए, जब त्रिज्या 4 cm तथा ऊँचाई 7 cm है।

24. (क) यदि  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  तथा  $\vec{c}$  तीन ऐसे सदिश हैं कि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

तथा  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  तथा  $|\vec{c}| = 4$  है, तो

$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा



## SECTION B

*This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.*

21. Evaluate :

$$\sec^2 (\tan^{-1} 3) + \operatorname{cosec}^2 (\cot^{-1} 2)$$

22. (a) Find the value of  $k$ , so that  $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

is continuous at  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**OR**

(b) Find  $\frac{dy}{dx}$ , if  $y = \tan^{-1} \left( \frac{1 + \sin x}{\cos x} \right)$ .

23. The radius of a cylinder is increasing at the rate of 3 cm/s, and its height is decreasing at the rate of 5 cm/s. Find the rate of change of its volume, when radius is 4 cm and height is 7 cm.

24. (a) If  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are three vectors such that  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  and  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  and  $|\vec{c}| = 4$ , then find the value of  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ .

**OR**



(ख) माना  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k}$  तथा  $\vec{c} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$  है, तो एक ऐसा सदिश  $\vec{d}$  ज्ञात कीजिए जो  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  दोनों पर लंबवत हो तथा  $\vec{c} \cdot \vec{d} = 39$  हो।

25. यदि  $\frac{x-2}{2} = \frac{2y-5}{-3}$ ,  $z = -1$  एक रेखा के समीकरण हैं, तो इस रेखा के दिक्-अनुपात ज्ञात कीजिए तथा इस रेखा पर स्थित एक बिन्दु भी ज्ञात कीजिए।

### खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. वह अंतराल ज्ञात कीजिए, जिनमें फलन  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51$

(क) निरंतर वर्धमान है।

(ख) निरंतर हासमान है।

27. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x \, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^1 |x^3 - x| \, dx$$



- (b) Let  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ . Find a vector  $\vec{d}$  which is perpendicular to both  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$ .  $|\vec{d}| = 39$ .

25. If the equations of a line are  $\frac{x-2}{2} = \frac{2y-5}{-3}$ ,  $z = -1$ , then find the direction ratios of the line and also a point on the line.

### SECTION C

*This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.*

26. Find the intervals in which the function

$$f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51 \text{ is :}$$

- (a) strictly increasing.  
(b) strictly decreasing.
27. (a) Find :
- $$\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x \, dx$$

**OR**

- (b) Evaluate :

$$\int_{-2}^1 |x^3 - x| \, dx$$



28. (क) अवकल समीकरण  $y + x \frac{dy}{dx} = x - y \frac{dy}{dx}$  को हल कीजिए।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x + \sin x$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि  $y = 1$  है, जब  $x = \frac{\pi}{2}$  है।

29. सदिशों के प्रयोग से  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $A(4, 3, 3)$ ,  $B(5, 5, 6)$  तथा  $C(4, 7, 6)$  हैं।

30. एक LPP के लिए रैखिक व्यवरुधों के निकाय से बने सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु  $(0, 10)$ ,  $(5, 5)$ ,  $(15, 15)$  तथा  $(0, 20)$  हैं। माना  $z = ax + by$ , जहाँ  $a, b > 0$  उद्देश्य फलन है।  $a$  तथा  $b$  में वह संबंध ज्ञात कीजिए, जिससे कि  $z$  का अधिकतम मान दोनों बिन्दुओं  $(15, 15)$  तथा  $(0, 20)$  पर है।

31. (क) एक डिब्बे, जिसमें 3 काली तथा 7 लाल रंग की गेंदें हैं, से यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन के दो गेंदें निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंदों में

(i) दोनों लाल रंग की हैं।

(ii) पहली गेंद काली तथा दूसरी लाल हो।

अथवा

(ख) अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से दो कार्ड एक-एक करके प्रतिस्थापन सहित निकाले गए। तसवीर वाले कार्डों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।



28. (a) Solve the differential equation

$$y + x \frac{dy}{dx} = x - y \frac{dy}{dx}.$$

**OR**

(b) Find the particular solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x + \sin x, \text{ given that } y = 1 \text{ when } x = \frac{\pi}{2}.$$

29. Using vectors, find the area of triangle ABC with vertices A(4, 3, 3), B(5, 5, 6) and C(4, 7, 6).

30. The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints for an LPP are (0, 10), (5, 5), (15, 15) and (0, 20). Let  $z = ax + by$ , where  $a, b > 0$  be the objective function. Find the condition on  $a$  and  $b$  so that maximum of  $z$  occurs at both the points (15, 15) and (0, 20).

31. (a) Two balls are drawn at random without replacement from a box containing 3 black and 7 red balls. Find the probability that :

(i) both balls are red.

(ii) first ball is black and the second is red.

**OR**

(b) Two cards are drawn successively with replacement of a well-shuffled pack of 52 playing cards. Find the probability distribution of the number of face cards.



## खण्ड घ

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. माना  $A$  सभी धनात्मक पूर्णाकों का समुच्चय है तथा एक संबंध  $R$ ,  $A \times A$  पर निम्न प्रकार से परिभाषित है : सभी  $(a, b), (c, d) \in A \times A$  के लिए,  $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ . दर्शाइए कि  $A \times A$  पर  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

33. (क) यदि  $y = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \right]$ ,  $x^2 \leq 1$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) यदि  $y = \left( x + \sqrt{1+x^2} \right)^n$  है, तो दर्शाइए कि

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = n^2 y.$$

34. समाकलन का प्रयोग करके, वृत्त  $x^2 + y^2 = 16$  तथा रेखाओं  $x = -2$ ,  $x = 2$  के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

35. (क) रेखाओं  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{8}$  तथा  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-5}{4}$  की प्रकृति लिखिए तथा इन दो रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) दर्शाइए कि रेखाएँ  $\vec{r} = (2\hat{j} - 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$

तथा  $\vec{r} = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$  परस्पर प्रतिच्छेदी

हैं। इनका प्रतिच्छेदन बिंदु भी ज्ञात कीजिए।



## SECTION D

This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

**32.** Let  $A$  be the set of all positive integers and a relation  $R$  on  $A \times A$  is defined by  $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ , for all  $(a, b), (c, d) \in A \times A$ . Show that  $R$  is an equivalence relation on  $A \times A$ .

**33.** (a) If  $y = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \right]$ ,  $x^2 \leq 1$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

**OR**

(b) If  $y = \left( x + \sqrt{1+x^2} \right)^n$ , then show that

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = n^2 y.$$

**34.** Using integration, find the area of the region bounded between the lines  $x = -2$ ,  $x = 2$  and the circle  $x^2 + y^2 = 16$ .

**35.** (a) Write the nature of the lines  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{8}$  and  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-5}{4}$ . Also, find the shortest distance between them.

**OR**

(b) Show that the lines

$$\vec{r} = (2\hat{j} - 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ intersect. Also find their point of intersection.}$$



## खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

### प्रकरण अध्ययन – 1

36. गाँवों में शौचालय निर्माण को बढ़ावा देने के लिए एक गैर-सरकारी संगठन ने घर-घर जाकर, पत्र लिखकर तथा वक्ताओं के माध्यम से घोषणा करके इस उद्देश्य के प्रति जागरूकता पैदा करने के लिए एक एजेंसी को नियुक्त किया है।

संचार के प्रत्येक माध्यम की लागत दर नीचे दी गई है :

प्रति यात्रा/संचार की लागत	घर जाने पर	पत्र द्वारा	घोषणाओं से
₹	15	10	25

दो गाँवों X तथा Y में जितनी बार सम्पर्क किया वह है :

गाँव	घर जिनमें गए	पत्र जो भेजे	घोषणाओं की संख्या
X	100	150	110
Y	150	200	150

उपर्युक्त सूचना का उपयोग कर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) प्रति यात्रा/संचार की लागत का आव्यूह A लिखिए। 1
- (ii) दो गाँवों X और Y में सम्पर्क की संख्या को दर्शाने वाला आव्यूह B लिखिए। 1
- (iii) (क) गाँव X के लिए गैर-सरकारी संगठन द्वारा किया गया खर्च (₹ में) ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (ख) गाँव Y के लिए गैर-सरकारी संगठन द्वारा किया गया खर्च (₹ में) ज्ञात कीजिए। 2



## SECTION E

*This section comprises 3 case-study based questions of 4 marks each.*

### Case Study – 1

- 36.** To promote the making of toilets in villages, an NGO hired an agency for generating awareness for the cause through house calls, letters and announcements through speakers.

The cost per mode of communication is given below :

Cost per visit / communication	House calls	Letters	Announcements
₹	15	10	25

The number of contacts made in two villages X and Y were as follows :

Village	Houses visited	Letters sent	Number of announcements
X	100	150	110
Y	150	200	150

Using the above information, answer the following questions :

- (i) Write A, the matrix for cost per visit/communication. 1
- (ii) Write B, the matrix representing number of contacts in two villages, X and Y. 1
- (iii) (a) Find the cost (in ₹) incurred by the NGO for village X. 2

**OR**

- (iii) (b) Find the cost (in ₹) incurred by the NGO for village Y. 2



## प्रकरण अध्ययन – 2

**37.** एक मैगज़ीन कम्पनी एक शहर में मासिक आधार पर अपनी मैगज़ीन बाँटती है। इसकी लिस्ट में 10,000 पाठक हैं तथा यह प्रत्येक पाठक से ₹ 4,000 वार्षिक नियत शुल्क लेती है। यह कम्पनी अपनी वार्षिक सदस्यता राशि बढ़ाना चाहती है, परन्तु सर्वे के परिणाम यह बताते हैं कि हर ₹ 5 बढ़ाने पर दस पाठक इस मैगज़ीन कम्पनी की सदस्यता छोड़ देंगे।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) ₹  $x$  बढ़ाने पर, कम्पनी की आय  $R(x)$  को निरूपित करने वाला फलन ज्ञात कीजिए। 1

(ii)  $\frac{d}{dx}(R(x))$  ज्ञात कीजिए। 1

(iii) (क) कितनी सदस्यता राशि बढ़ाने पर कम्पनी को अधिकतम आय प्राप्त होगी? 2

अथवा

(iii) (ख)  $R(x)$  का अधिकतम मान क्या होगा? 2

## प्रकरण अध्ययन – 3

**38.** एक कोच, तीन खिलाड़ियों को ट्रेनिंग दे रहा है। वह देखता है कि खिलाड़ी A, 5 प्रयत्नों में से 4 बार लक्ष्य को भेद पाता है, जबकि खिलाड़ी B, 4 में से 3 बार तथा खिलाड़ी C, 3 में से 2 बार लक्ष्य को भेद पाता है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

यदि यह सभी स्वतंत्र रूप से लक्ष्य भेदने का प्रयत्न करते हैं, तो :

(i) उनमें से ठीक दो के लक्ष्य भेद पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

(ii) उनमें से कम-से-कम एक के लक्ष्य भेद पाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2



### Case Study – 2

37. A magazine company circulates its magazine on a monthly basis in a city. It has 10,000 readers on its list and collects fixed charges of ₹ 4,000 per reader annually. The company proposes to increase the annual subscription, but on the basis of a survey result, it predicted that for every increase of ₹ 5, ten readers will discontinue the service of this magazine company.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Let the company increase ₹  $x$ , then find the function  $R(x)$  representing the earnings of the company. 1
- (ii) Find  $\frac{d}{dx}(R(x))$ . 1
- (iii) (a) What subscription increase will bring maximum earnings for the company ? 2

**OR**

- (iii) (b) What will be the maximum value of  $R(x)$  ? 2

### Case Study – 3

38. A coach is training 3 players. He observes that player A can hit the target 4 times in 5 shots, player B can hit the target 3 times in 4 shots and player C can hit the target 2 times in 3 shots.

Based on the above information, answer the following questions :

If they all try independently, find the probability that :

- (i) exactly two of them hit the target. 2
- (ii) at least one of them hits the target. 2